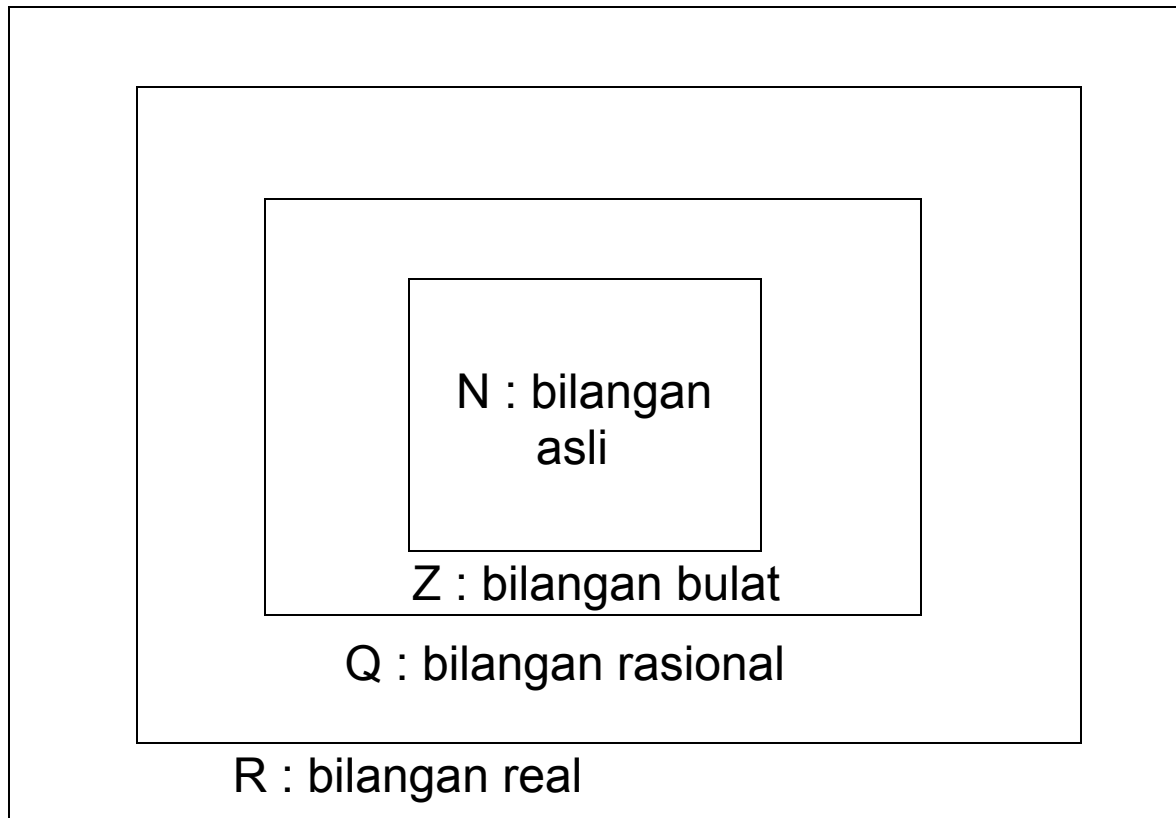




Sistem Bilangan Riil

Sistem bilangan



N :
1, 2, 3, ...

Z :
..., -2, -1, 0, 1, 2, ...

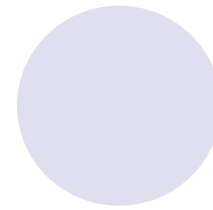
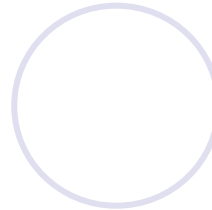
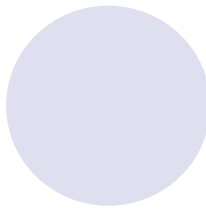
Q :
 $q = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0$

$R = Q \cup \text{Irasional}$

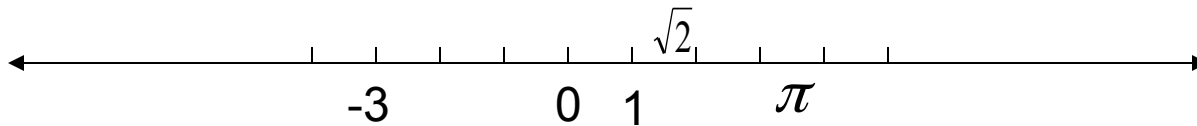
Contoh Bil Irasional

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$

Garis bilangan



Setiap bilangan real mempunyai posisi pada suatu garis yang disebut dengan garis bilangan(real)



Selang

Himpunan bagian dari garis bilangan disebut selang

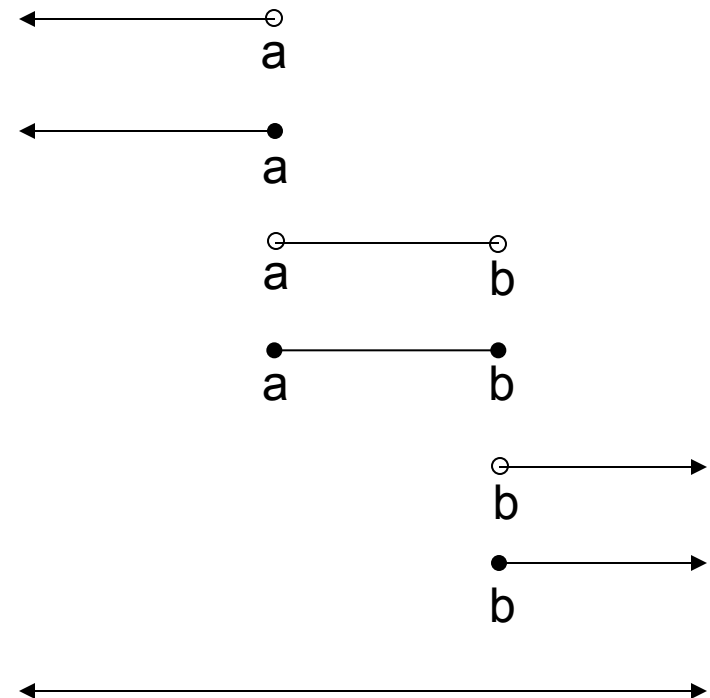
Selang

Jenis-jenis selang



Himpunan	selang
$\{x x < a\}$	$(-\infty, a)$
$\{x x \leq a\}$	$(-\infty, a]$
$\{x a < x < b\}$	(a, b)
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$
$\{x x > b\}$	(b, ∞)
$\{x x \geq b\}$	$[b, \infty)$
$\{x x \in \mathcal{R}\}$	$(-\infty, \infty)$

Grafik



Sifat-sifat bilangan real



- Sifat-sifat urutan :

- Trikotomi

Jika x dan y adalah suatu bilangan, maka pasti berlaku salah satu dari $x < y$ atau $x > y$ atau $x = y$

- Ketransitifan

Jika $x < y$ dan $y < z$ maka $x < z$

- Perkalian

Misalkan z bilangan positif dan $x < y$ maka $xz < yz$,
sedangkan bila z bilangan negatif, maka $xz > yz$

Pertidaksamaan



- Bentuk umum pertidaksamaan :

$$\frac{A(x)}{B(x)} < \frac{D(x)}{E(x)}$$

- dengan $A(x)$, $B(x)$, $D(x)$, $E(x)$ adalah suku banyak (polinom) dan $B(x) \neq 0$, $E(x) \neq 0$

Pertidaksamaan



- Menyelesaikan suatu pertidaksamaan adalah mencari semua himpunan bilangan real yang membuat pertidaksamaan berlaku. Himpunan bilangan real ini disebut juga Himpunan Penyelesaian (HP)
- Cara menentukan HP :
 1. Bentuk pertidaksamaan diubah menjadi :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$$

Pertidaksamaan



2. Faktorkan $P(x)$ dan $Q(x)$ menjadi faktor-faktor linier dan/ atau kuadrat
3. Tentukan titik pemecah (pembuat nol faktor linear) . Gambarkan titik-titik pemecah tersebut pada garis bilangan, kemudian tentukan tanda (+, -) pertidaksamaan di setiap selang bagian yang muncul

Contoh : Tentukan Himpunan Penyelesaian



$$1 \quad 13 \geq 2x - 3 \geq 5$$

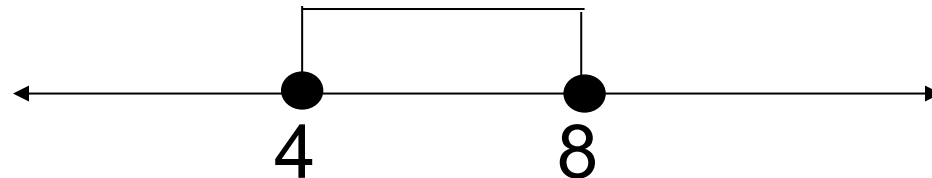
$$13 + 3 \geq 2x \geq 5 + 3$$

$$16 \geq 2x \geq 8$$

$$8 \geq x \geq 4$$

$$4 \leq x \leq 8$$

$$\text{Hp} = [4, 8]$$



Contoh : Tentukan Himpunan Penyelesaian



$$2 \quad -2 < 6 - 4x \leq 8$$

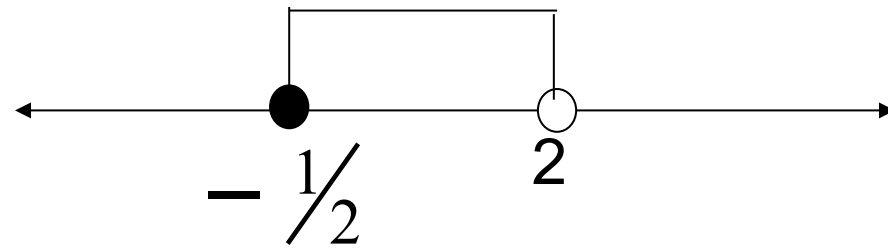
$$-8 < -4x \leq 2$$

$$8 > 4x \geq -2$$

$$-2 \leq 4x < 8$$

$$-\frac{1}{2} \leq x < 2$$

$$\text{Hp} = \left[-\frac{1}{2}, 2 \right)$$



Contoh :

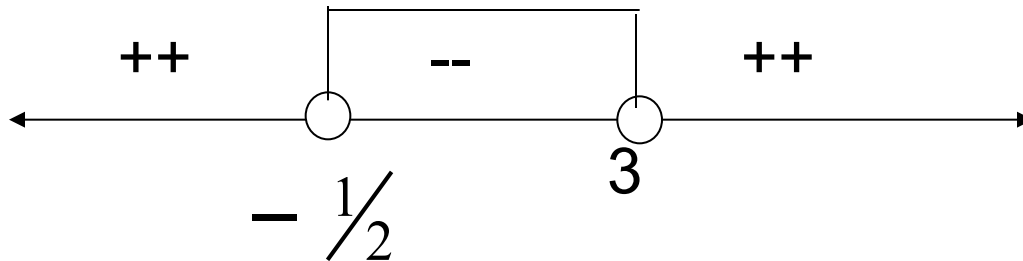
Tentukan Himpunan Penyelesaian



$$3 \quad 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$(2x+1)(x-3) < 0$$

Titik Pemecah (TP) : $x = -\frac{1}{2}$ dan $x = 3$



$$Hp = \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian



$$4 \quad 2x - 4 \leq 6 - 7x \leq 3x + 6$$

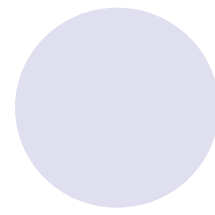
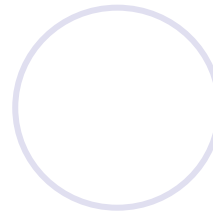
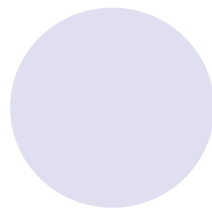
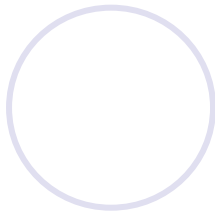
$$2x - 4 \leq 6 - 7x \quad \text{dan} \quad 6 - 7x \leq 3x + 6$$

$$2x + 7x \leq 6 + 4 \quad \text{dan} \quad -7x - 3x \leq -6 + 6$$

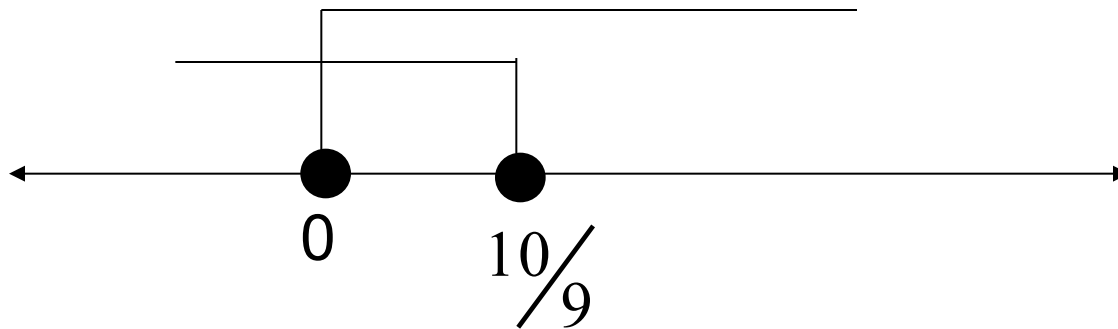
$$9x \leq 10 \quad \text{dan} \quad -10x \leq 0$$

$$x \leq \frac{10}{9} \quad \text{dan} \quad 10x \geq 0$$

$$x \leq \frac{10}{9} \quad \text{dan} \quad x \geq 0$$



$$H_p = \left(-\infty, \frac{10}{9}\right] \cap [0, \infty)$$



Dari gambar tersebut dapat disimpulkan :

$$H_p = \left[0, \frac{10}{9}\right]$$

Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

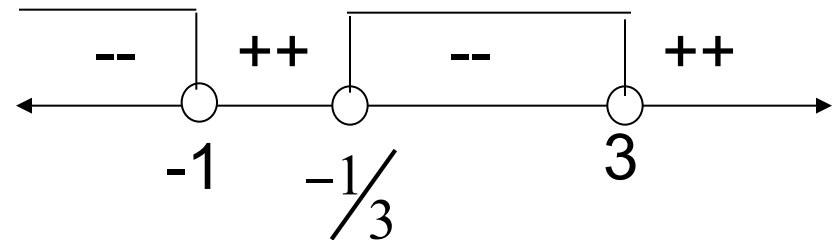


$$5. \frac{1}{x+1} < \frac{2}{3x-1}$$
$$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{3x-1} < 0$$

$$\frac{(3x-1) - (2x+2)}{(x+1)(3x-1)} < 0$$

$$\frac{x-3}{(x+1)(3x-1)} < 0$$

$$\text{TP} : -1, -\frac{1}{3}, 3$$



$$\text{Hp} = (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{1}{3}, 3\right)$$

Contoh :

Tentukan Himpunan Penyelesaian

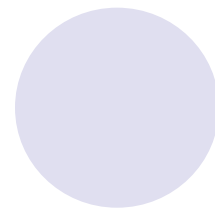
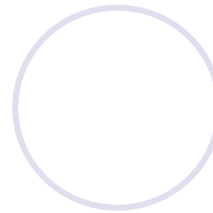
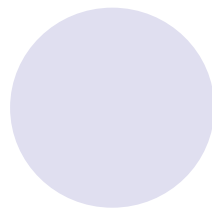
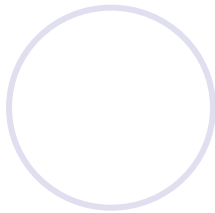


$$6. \frac{x+1}{2-x} \leq \frac{x}{3+x}$$

$$\frac{x+1}{2-x} - \frac{x}{3+x} \leq 0$$

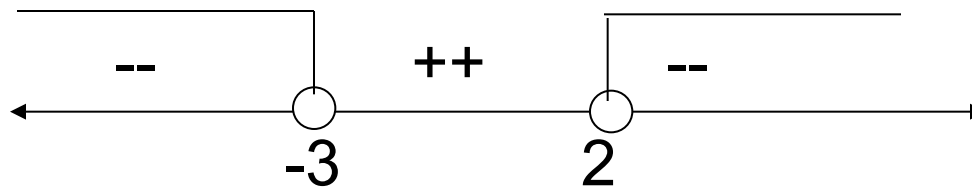
$$\frac{(x+1)(3+x) - x(2-x)}{(2-x)(3+x)} \leq 0$$

$$\frac{2x^2 + 2x + 3}{(2-x)(x+3)} \leq 0$$



Untuk pembilang $2x^2 + 2x + 3$ mempunyai nilai Diskriminan (D) < 0 , sehingga nilainya selalu positif, Jadi TP : 2,-3

Pembilang tidak menghasilkan titik pemecah.



$$H_p = (\infty, -3) \cup (2, \infty)$$

Pertidaksamaan dgn nilai mutlak



- Definisi :

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

Arti Geometris $|x|$: Jarak dari x ke titik 0(asal)

Pertidaksamaan nilai mutlak



- Sifat-sifat nilai mutlak:

$$1 \quad |x| = \sqrt{x^2}$$

$$2 \quad |x| \leq a, a \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -a \leq x \leq a$$

$$3 \quad |x| \geq a, a \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq a \text{ atau } x \leq -a$$

$$4 \quad |x| \leq |y| \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \leq y^2$$

$$5 \quad \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

6. Ketaksamaan segitiga

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad |x - y| \geq \left| |x| - |y| \right|$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



Contoh :

$$1. |2x - 5| < 3$$

Kita bisa menggunakan sifat ke-2.

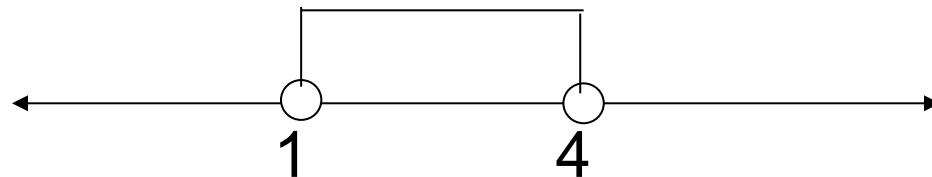
$$\Leftrightarrow -3 < 2x - 5 < 3$$

$$\Leftrightarrow 5 - 3 < 2x < 3 + 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < 2x < 8$$

$$\Leftrightarrow 1 < x < 4$$

$$\text{Hp} = (1,4)$$



Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



$$2. \quad |2x - 5| < 3$$

Kita bisa juga menggunakan sifat ke-4, karena ruas kiri maupun kanan keduanya positif.

$$\Leftrightarrow (2x - 5)^2 < 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 < 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 2)(x - 4) < 0$$



$$H_p = (1, 4)$$

TP : 1, 4

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian pake definisi



$$3. |2x + 3| \geq |4x + 5|$$

Kita bisa menggunakan sifat 4

$$\Leftrightarrow (2x + 3)^2 \geq (4x + 5)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 9 \geq 16x^2 + 40x + 25$$

$$\Leftrightarrow -12x^2 - 28x - 16 \geq 0$$

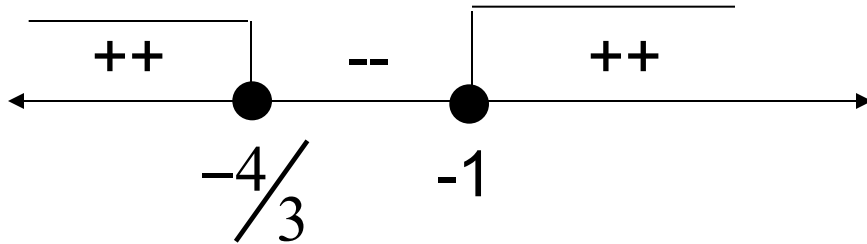
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 7x + 4 \leq 0$$

$$\text{TP : } -\frac{4}{3}, -1$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



Jika digambar pada garis bilangan :



$$H_p = \left[-\frac{4}{3}, \infty\right) \cap (-\infty, -1]$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



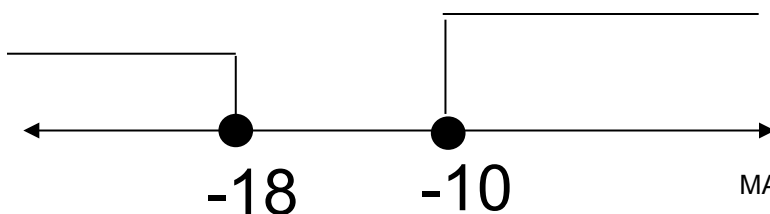
$$4. \left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} + 7 \geq 2 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} + 7 \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} \geq -5 \quad \text{atau} \quad \frac{x}{2} \leq -9$$

$$\Leftrightarrow x \geq -10 \quad \text{atau} \quad x \leq -18$$

$$\text{Hp} = [-10, \infty) \cup (-\infty, -18]$$



Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

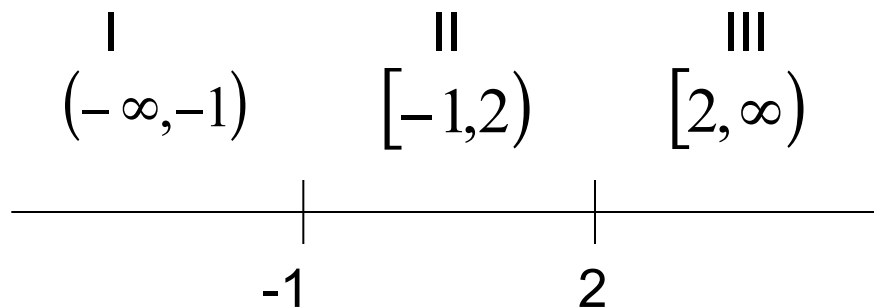


$$5. \quad 3|x - 2| - |x + 1| \geq -2$$

Kita definisikan dahulu :

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2 & x \geq 2 \\ 2 - x & x < 2 \end{cases} \quad |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & x \geq -1 \\ -x - 1 & x < -1 \end{cases}$$

Jadi kita mempunyai 3 interval :



Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



I. Untuk interval $x < -1$ atau $(-\infty, -1)$

$$3|x - 2| - |x + 1| \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 3(2 - x) - (-x - 1) \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 6 - 3x + x + 1 \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 7 - 2x \geq -2$$

$$\Leftrightarrow -2x \geq -9$$

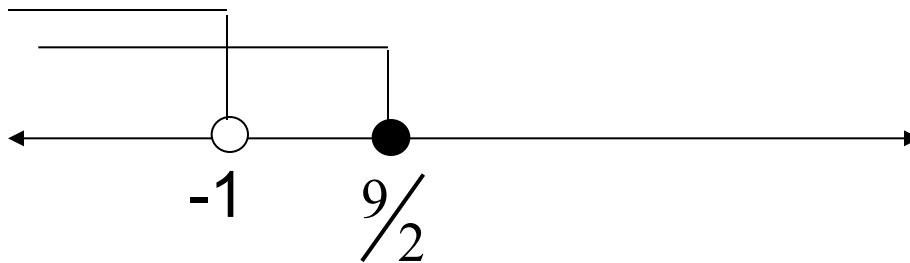
$$\Leftrightarrow 2x \leq 9$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{9}{2} \quad \text{atau} \quad \left(-\infty, \frac{9}{2}\right]$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



$$\text{Jadi Hp1} = \left(-\infty, \frac{9}{2}\right] \cap (-\infty, -1)$$



Dari gambar garis bilangan tersebut dapat disimpulkan bahwa hasil irisan kedua interval tersebut adalah $(-\infty, -1)$

sehingga $\text{Hp1} = (-\infty, -1)$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



II. Untuk interval $-1 \leq x < 2$ atau $[-1, 2)$

$$3|x - 2| - |x + 1| \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 3(2 - x) - (x + 1) \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 6 - 3x - x - 1 \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 5 - 4x \geq -2$$

$$\Leftrightarrow -4x \geq -7$$

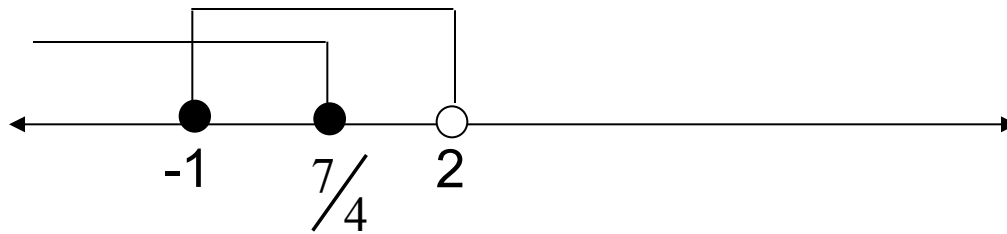
$$\Leftrightarrow 4x \leq 7$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{7}{4} \quad \text{atau} \quad \left(-\infty, \frac{7}{4}\right]$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



$$\text{Jadi Hp2} = \left(-\infty, \frac{7}{4}\right] \cap [-1, 2)$$



Dari gambar garis bilangan tersebut dapat disimpulkan bahwa hasil irisan dua interval tersebut adalah $\left[-1, \frac{7}{4}\right]$ sehingga $\text{Hp2} = \left[-1, \frac{7}{4}\right]$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



III. Untuk interval $x \geq 2$ atau $[2, \infty)$

$$3|x - 2| - |x + 1| \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 2) - (x + 1) \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 3x - 6 - x - 1 \geq -2$$

$$\Leftrightarrow 2x - 7 \geq -2$$

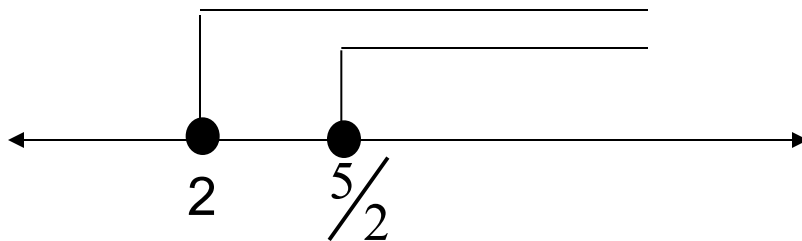
$$\Leftrightarrow 2x \geq 5$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2} \quad \text{atau} \quad \left[\frac{5}{2}, \infty \right)$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



$$\text{Jadi Hp3} = \left[\frac{5}{2}, \infty \right) \cap [2, \infty)$$



Dari gambar garis bilangan tersebut dapat disimpulkan bahwa hasil irisan dua interval tersebut adalah $\left[\frac{5}{2}, \infty \right)$ sehingga

$$\text{Hp3} = \left[\frac{5}{2}, \infty \right)$$

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian

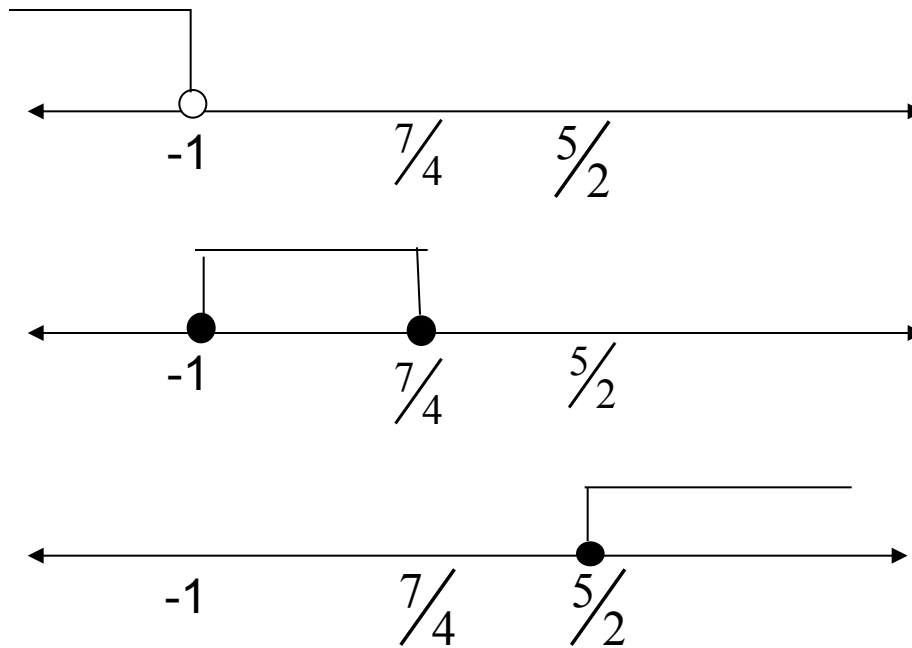


$$H_p = H_{p1} \cup H_{p2} \cup H_{p3}$$

$$H_p = (-\infty, -1) \cup \left[-1, \frac{7}{4}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, \infty\right)$$

Untuk lebih mempermudah, masing-masing interval digambarkan dalam sebuah garis bilangan

Contoh : Menentukan Himpunan Penyelesaian



$$\text{Jadi Hp} = \left[-\infty, \frac{7}{4} \right] \cup \left[\frac{5}{2}, \infty \right)$$

Soal Latihan



Cari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

$$1 \quad \frac{x-2}{4-2x} \geq 1-x$$

$$7. \quad |x+1| - |x+2| \leq 2$$

$$2 \quad \frac{x-2}{x^2} \leq \frac{x+1}{x+3}$$

$$3 \quad |2-x| + |3-2x| \leq 3$$

$$4 \quad |x+1|^2 + 2|x+2| \geq 2$$

$$5 \quad 2x+3 \geq |4x+5|$$

$$6 \quad ||x| + 3x| \leq 2$$